Microéconomie – Chapitre 2

Contrainte budgétaire et préférences du consommateur

Faïçal Lakhchen

Faculté d'Économie et de Gestion Nador, Université Mohammed Premier
https://faicallakhchen.github.io/ | f.lakhchen@ump.ac.ma

Question

Avec un revenu et des prix donnés, quels paniers de biens un consommateur peut-il acheter ? Et lequel préfère-t-il ?

Où en sommes-nous ?

- Chap. 1 : Offre et demande sur le marché
- **Chap. 2 : Contrainte budgétaire et préférences du consommateur**
- Chap. 3 : Fonction d'utilité
- Chap. 4 : Équilibre et choix du consommateur
- Chap. 5 : Fonctions de demande et élasticités
- Chap. 6 : Taxes, subventions et changement des préférences
- Chap. 7 : Effet de revenu et effets de substitution
- Chap. 8 : Surplus du consommateur
- Chap. 9 : De la demande individuelle à la demande du marché
- Chap. 10 : Choix intertemporel
- Chap. 11 : Incertitude
- Chap. 12 : Technologie et fonction de production
- Chap. 13 : Minimisation des coûts
- Chap. 14 : Courbes de coûts
- Chap. 15 : Maximisation du profit
- Chap. 16 : Offre individuelle et offre de marché
- Chap. 17 : Le marché de concurrence parfaite
- Chap. 18 : Le monopole
- Chap. 19 : Le duopole
- Chap. 20 : L'oligopole

Du marché au consommateur

La courbe de demande du chapitre 1 était *donnée*. Pour l'expliquer, on regarde un seul consommateur :

- ce qu'il **peut** acheter $\Rightarrow$ la *contrainte budgétaire* ;
- ce qu'il **veut** acheter $\Rightarrow$ ses *préférences*.

Principe d'optimisation : choisir, parmi les paniers accessibles, celui qu'on préfère.

Ce chapitre construit les deux ensembles ; le chapitre 4 les fait se rencontrer.

Le panier de consommation

Définition (Panier de consommation)

Un *panier* (ou *combinaison*) de consommation est une liste de quantités de biens, notée (x_1, x_2) dans le cas de deux biens, où x_1 est la quantité du bien 1 et x_2 celle du bien 2.

- Notations : prix p_1 et p_2, revenu m, tous *donnés* (le consommateur est preneur de prix).
- Le bien 2 peut représenter **tous les autres biens** (*bien composite*), mesuré en dirhams.

Outil mathématique : le plan cartésien

Outil mathématique : le plan cartésien

Chaque panier (x_1, x_2) est un point du plan : x_1 se lit en abscisse, x_2 en ordonnée. Comme les quantités sont positives ou nulles, on se limite au *quart de plan positif*, $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$. Le panier $(10\,;\,5)$ contient 10 unités du bien 1 et 5 unités du bien 2.

La contrainte budgétaire

Définition (Contrainte budgétaire)

Un panier (x_1, x_2) est *accessible* si son coût ne dépasse pas le revenu :

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m.$$

L'ensemble des paniers accessibles est l'*ensemble budgétaire*. Sa frontière $p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$ est la *droite budgétaire*.

Dépense en bien 1 $(p_1 x_1)$ + dépense en bien 2 $(p_2 x_2) \leq$ revenu.

Outil mathématique : équation d'une droite

Outil mathématique : équation d'une droite, pente et points d'intersection

Une droite du plan a pour équation $ax + by = c$. Si $b \neq 0$, on l'écrit $y = \frac{c}{b} - \frac{a}{b}\,x$: c/b est l'*ordonnée à l'origine* (valeur de y pour $x = 0$) et $-a/b$ la *pente*. L'*abscisse à l'origine* (valeur de x pour $y = 0$) est c/a.

Une *inégalité* $ax + by \leq c$ définit un demi-plan : tous les points situés sur ou du côté de la droite qui contient l'origine (si $c > 0$).

La droite budgétaire : le cas général

En appliquant l'outil à $p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$:

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1$$

- **Ordonnée à l'origine** m/p_2 : tout le revenu dépensé en bien 2.
- **Abscisse à l'origine** m/p_1 : tout le revenu dépensé en bien 1.
- **Pente** $-p_1/p_2$: le rapport des prix.

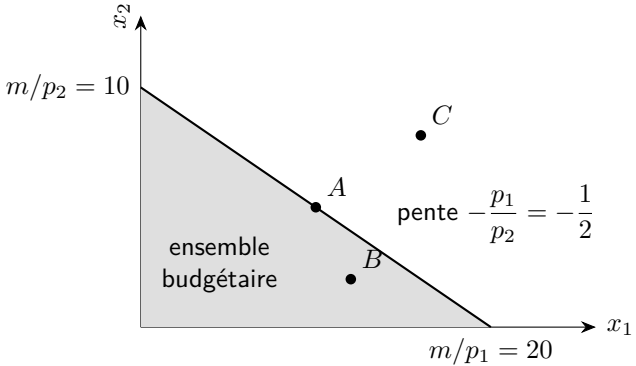
Une illustration chiffrée

Exemple (Un budget de 100 DH)

Un consommateur dispose de $m = 100$ DH ; le bien 1 coûte $p_1 = 5$ DH et le bien 2 $p_2 = 10$ DH. Sa contrainte est $5x_1 + 10x_2 \leq 100$, soit $x_2 = 10 - \frac{1}{2}\,x_1$. S'il n'achète que le bien 1, il peut en acheter $100/5 = 20$ unités ; s'il n'achète que le bien 2, $100/10 = 10$ unités. La pente est $-5/10 = -\frac{1}{2}$.

Ces chiffres serviront d'illustration dans tout le chapitre.

L'ensemble budgétaire



$5x_1 + 10x_2 \leq 100$

- $A = (10; 5)$: coûte 100, *sur* la droite.
- $B = (12; 2)$: coûte 80, *à l'intérieur*.
- $C = (16; 8)$: coûte 160, *hors de portée*.

La pente : le coût d'opportunité

À retenir

La pente $-p_1/p_2$ de la droite budgétaire indique de combien d'unités de bien 2 il faut *renoncer* pour obtenir une unité supplémentaire de bien 1, le budget restant dépensé en totalité. C'est le **coût d'opportunité** du bien 1 en termes de bien 2, ou *taux de change du marché* entre les deux biens.

- Illustration : une unité de bien 1 (5 DH) coûte $\frac{1}{2}$ unité de bien 2 ; une unité de bien 2 coûte 2 unités de bien 1.
- Il ne dépend que des **prix relatifs**, non du revenu.

Numéraire et bien composite

On peut diviser la contrainte par p_2 (poser $p_2 = 1$) :

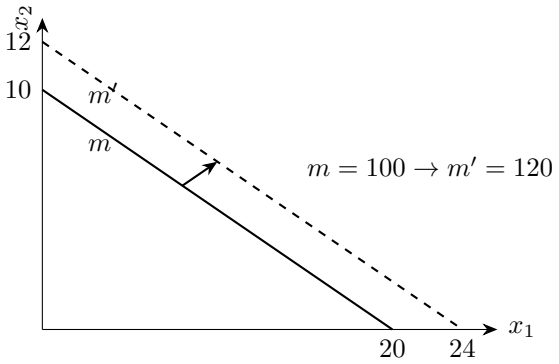
$$\frac{p_1}{p_2} x_1 + x_2 \leq \frac{m}{p_2}.$$

- Le bien dont le prix est fixé à 1 est le **numéraire**.
- Tout se passe comme si le bien 2 était de la « monnaie » et le bien 1 avait pour prix le *prix relatif* p_1/p_2.
- D'où l'idée de représenter le bien 2 comme un **bien composite**.

Question

Que devient l'ensemble budgétaire si le revenu augmente ?
Si le prix d'un bien augmente ?

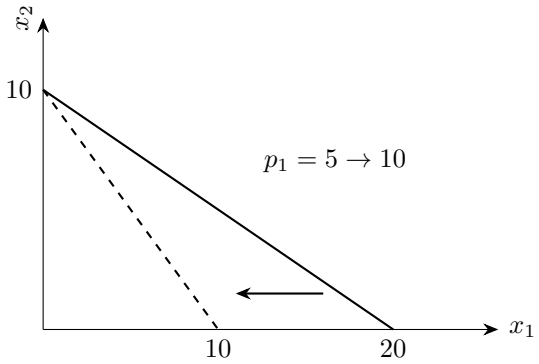
Hausse du revenu



$m : 100 \to 120$

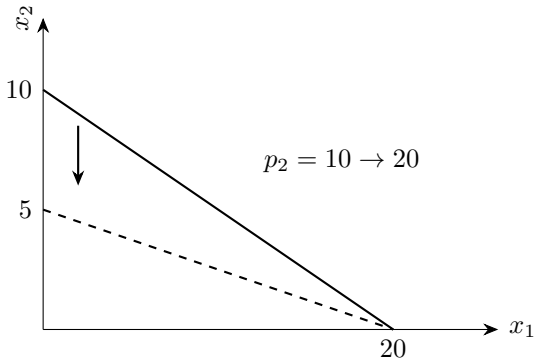
- m/p_1 et m/p_2 augmentent (24 et 12).
- Pente $-p_1/p_2$ **inchangée** : déplacement **parallèle** vers l'extérieur.
- Une baisse de m : déplacement vers l'intérieur.

Variation d'un prix : la droite pivote (1/2)



$p_1 : 5 \to 10$: m/p_1 diminue, m/p_2 ne change pas : pivot autour de $(0\,;\, m/p_2)$, droite plus raide.

Variation d'un prix : la droite pivote (2/2)



$p_2 : 10 \to 20$: pivot autour de $(m/p_1\,;\,0)$, droite plus plate.

Toute hausse d'un prix **rétrécit** l'ensemble budgétaire.

Prix et revenu multipliés par λ : rien ne change

$$\lambda p_1 x_1 + \lambda p_2 x_2 \leq \lambda m \iff p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m$$

Exemple (Dirhams et « rials »)

Dans le langage courant marocain, les prix se disent souvent en *rials*, avec 1 DH $= 20$ rials. En rials, le revenu $(2\,000)$ et les prix $(100$ et $200)$ donnent $100x_1 + 200x_2 \leq 2\,000$: *la même droite*. Le consommateur n'a pas d'« illusion monétaire ».

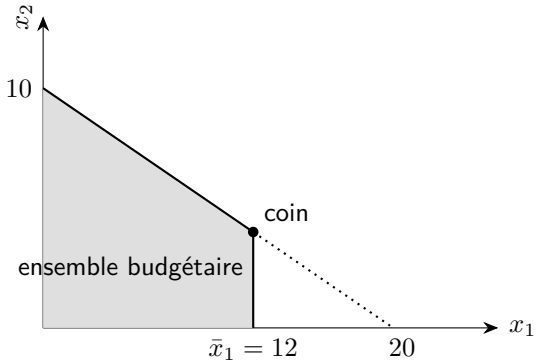
Seuls comptent les **prix relatifs** et le **revenu réel**.

Taxes, subventions, rationnement

Politique	Effet sur la contrainte	Exemple marocain
Taxe sur la quantité t	$p_1 \to p_1 + t$	taxe par litre de carburant
Taxe ad valorem τ	$p_1 \to (1+\tau)p_1$	TVA à 20 %
Subvention à la quantité s	$p_1 \to p_1 - s$	gaz butane subventionné
Taxe forfaitaire T	$m \to m - T$	impôt fixe
Transfert forfaitaire R	$m \to m + R$	aide directe aux ménages
Rationnement $x_1 \leq \bar{x}_1$	coupe l'ensemble à $\bar{x}_1$	quota de bouteilles de gaz

Le chapitre 6 analysera ces politiques en détail.

Rationnement : $x_1 \leq 12$



- Sans quota : jusqu'à 20 unités de bien 1.
- Le quota retire les paniers à droite de la verticale, même abordables.
- Frontière **brisée** au « coin » $(12; 4)$.

Question

Entre le panier $(10\,;\,5)$ *et le panier* $(5\,;\,10)$*, lequel choisir ?*
Et si l'on propose $(7\,;\,7)$ *?*

La relation de préférence

Comparons deux paniers $X = (x_1, x_2)$ et $Y = (y_1, y_2)$.

Définition (Préférences)

On écrit

- $X \succ Y$ si le consommateur préfère *strictement* X à Y ;
- $X \sim Y$ s'il est *indifférent* entre X et Y ;
- $X \succsim Y$ s'il préfère X à Y *ou* lui est indifférent (« X est au moins aussi bon que Y »).

Outil mathématique : transitivité

Outil mathématique : relation d'ordre et transitivité

Une *relation* compare des éléments deux à deux. Elle est *transitive* si, chaque fois que a est en relation avec b et b avec c, alors a est en relation avec c. L'inégalité $\geq$ entre nombres est transitive : si $5 \geq 3$ et $3 \geq 2$, alors $5 \geq 2$. La relation « est un ami de » ne l'est pas : l'ami de mon ami n'est pas forcément mon ami.

Trois hypothèses de rationalité

1. **Complétude.** Deux paniers quelconques sont toujours comparables : $X \succsim Y$ ou $Y \succsim X$ (ou les deux).
2. **Réflexivité.** Tout panier est au moins aussi bon que lui-même : $X \succsim X$.
3. **Transitivité.** Si $X \succsim Y$ et $Y \succsim Z$, alors $X \succsim Z$.

Sans transitivité ($X \succ Y$, $Y \succ Z$, $Z \succ X$), on pourrait faire tourner les échanges en faisant payer le consommateur à chaque fois : il n'y a pas de « meilleur » choix.

Courbe d'indifférence et monotonie

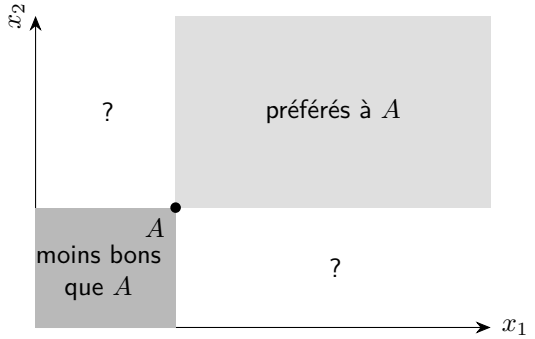
Définition (Courbe d'indifférence)

Une *courbe d'indifférence* est l'ensemble des paniers entre lesquels le consommateur est indifférent (paniers qui lui procurent le même niveau de satisfaction). L'ensemble des courbes d'indifférence est la *carte d'indifférence* du consommateur.

Définition (Monotonie (« plus vaut mieux »))

Si un panier contient *au moins autant de chaque bien* et *strictement plus* d'un des biens qu'un autre panier, il est strictement préféré. On dit alors que les biens sont désirables.

Monotonie : « plus vaut mieux »



- Plus des deux biens ⇒ **préféré**.
- Moins des deux ⇒ moins bon.
- Zones « ? » : là passe la courbe d'indifférence de A.

Forme des courbes d'indifférence

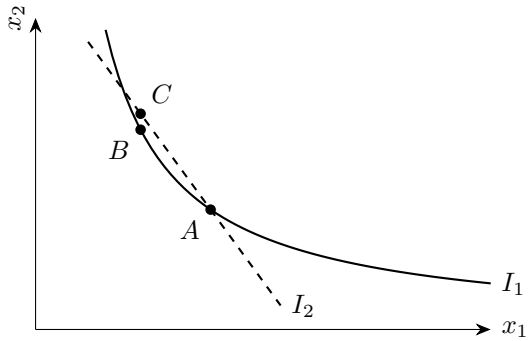
Proposition (Forme des courbes d'indifférence)

Sous l'hypothèse de monotonie, (i) les courbes d'indifférence sont décroissantes ; (ii) une courbe située plus au nord-est correspond à un niveau de satisfaction plus élevé ; (iii) deux courbes d'indifférence distinctes ne se coupent pas.

Justification.

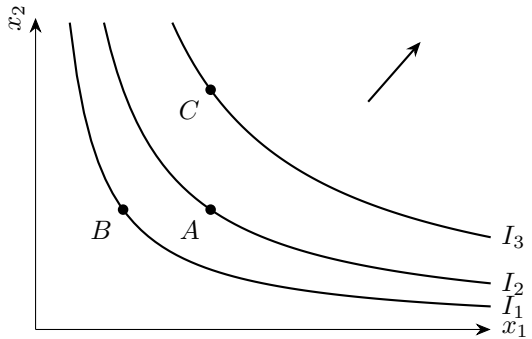
(i) Si l'on augmente x_1 en gardant x_2 constant, on obtient un panier strictement préféré : pour retrouver le même niveau de satisfaction, il faut donc *diminuer* x_2. (ii) Découle de la monotonie. (iii) Voir la diapositive suivante. □

Deux courbes ne se croisent jamais



- $C \succ B$ (monotonie).
- $B \sim A$ et $A \sim C \Rightarrow B \sim C$ (transitivité).
- **Contradiction**.

Carte d'indifférence



- $A \succ B$, $C \succ A$; la flèche indique la satisfaction croissante.
- Courbes **décroissantes**, ordonnées mais **non mesurées** (chap. 3).

Outil mathématique : ensemble convexe

Outil mathématique : ensemble convexe et combinaison linéaire

Une *combinaison* de deux paniers A et B est un panier $tA + (1-t)B$, avec $0 \leq t \leq 1$; pour $t = \frac{1}{2}$, c'est la *moyenne*. Par exemple, la moyenne de $A = (5\,;\,10)$ et $B = (20\,;\,2{,}5)$ est $M = (12{,}5\,;\,6{,}25)$. Un ensemble est *convexe* si le segment joignant deux quelconques de ses points est entièrement contenu dans l'ensemble.

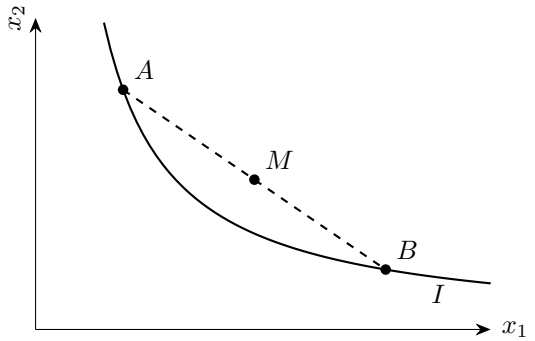
La convexité des préférences

Définition (Convexité des préférences)

Les préférences sont *convexes* si, lorsque $A \sim B$, tout panier intermédiaire $M = tA + (1-t)B$ vérifie $M \succsim A$. (De façon équivalente, l'ensemble des paniers au moins aussi bons que A est un ensemble convexe.)

Idée : le goût de la **diversité** – les moyennes sont préférées aux extrêmes.

Convexité : le goût de la diversité



- $A = (5\,;\,10)$ et $B = (20\,;\,2{,}5) : A \sim B$.
- $M = \frac{1}{2}(A+B) = (12{,}5\,;\,6{,}25)$ est *au-dessus* de la courbe.
- $M \succ A \sim B$.

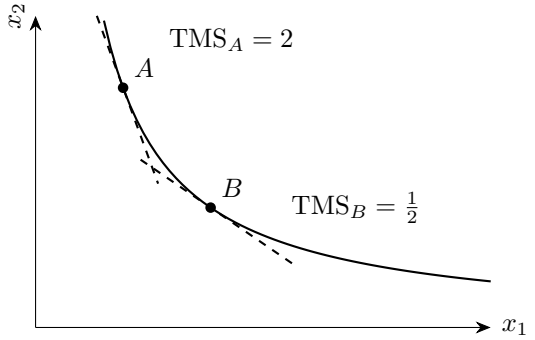
Le taux marginal de substitution

Définition (Taux marginal de substitution)

Le *taux marginal de substitution* du bien 1 au bien 2, noté TMS, est la valeur absolue de la pente de la courbe d'indifférence en un point : c'est le taux auquel le consommateur est prêt à échanger du bien 2 contre du bien 1 *en restant indifférent*.

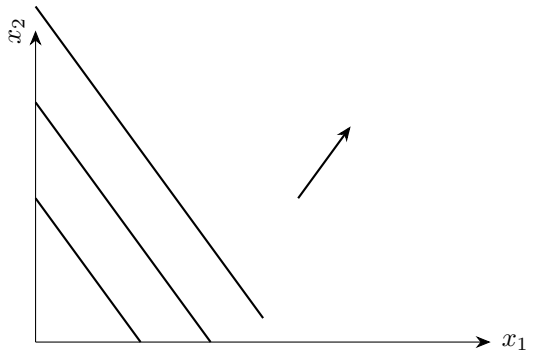
Pente de la droite budgétaire : taux auquel le consommateur *peut* échanger ; TMS : taux auquel il *accepte* d'échanger (chapitre 4).

Le TMS décroissant



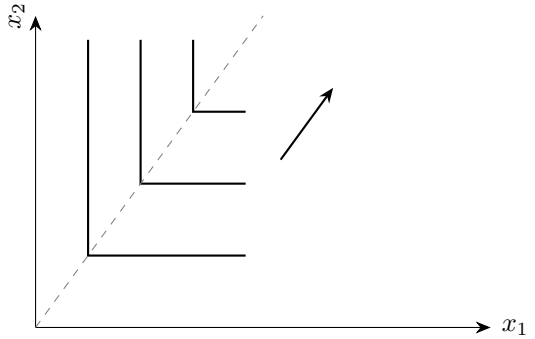
- En A : $\mathrm{TMS} = 2$; en B : $\mathrm{TMS} = \frac{1}{2}$.
- TMS **décroissant** $\Leftrightarrow$ convexité.
- Plus on a d'un bien, moins on valorise une unité de plus.

Substituts et compléments parfaits (1/2)



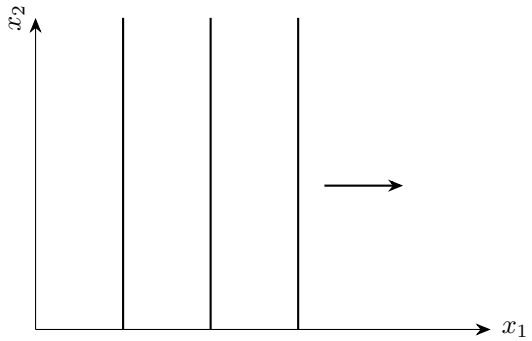
Substituts parfaits : échange à taux constant (deux marques de lait identiques). TMS constant.

Substituts et compléments parfaits (2/2)



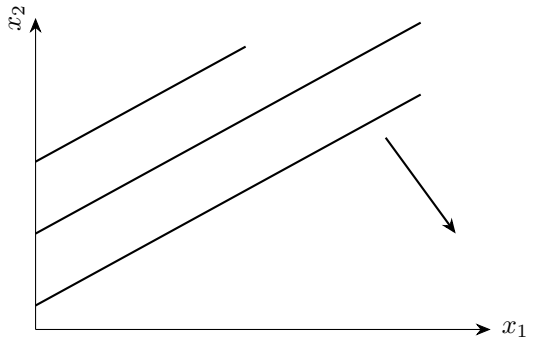
Compléments parfaits :
proportions fixes (chaussure gauche et chaussure droite) : courbes en « L ».

Bien neutre et « mal » (1/2)



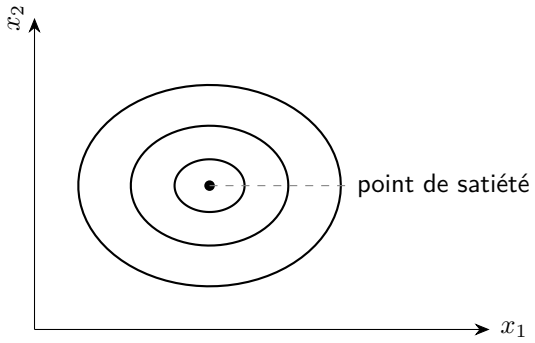
Neutre : courbes verticales (le bien 2 n'apporte rien, comme la viande pour un végétarien).

Bien neutre et « mal » (2/2)



Mal : courbes croissantes (pollution, bruit) ; il faut être compensé pour en supporter plus.

Satiété



- Au-delà d'un certain point, plus n'est plus mieux.
- Courbes fermées autour du **point de satiété**.
- Ignoré si le consommateur peut choisir de ne pas consommer plus.

À retenir

- Contrainte $p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m$; pente $-p_1/p_2 =$ coût d'opportunité.
- Revenu $\uparrow$: déplacement parallèle ; prix $\uparrow$: pivot ; $\lambda p, \lambda m$: aucun changement.
- Préférences : complètes, transitives, monotones, convexes.
- Courbes d'indifférence décroissantes, jamais sécantes ; TMS décroissant.

Question

Peut-on résumer les préférences d'un consommateur par un nombre, son « utilité » ?

$\rightarrow$ Chapitre 3 : la fonction d'utilité